



www.calculumus.at

„Mathe für ALLE und JEDEN...“

Frank Rothe



Verbinde,
ohne Absetzen,
mit weniger als
7 geraden
Linien



www.calculamus.at

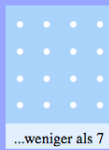


Würfelspiel „Mäxchen“

- „Überbieten!“ ...



www.calculamus.at



Würfelspiel „Mäxchen“

1. „Überbieten!“ & „Nicht erwischen lassen!“



Aufgabe: Mäxchen

“Mäxchen” ist ein Würfelspiel. Ihr braucht dazu zwei Würfel, einen Würfelbecher und ein Stück Pappe als Unterlage.

Und so geht es:

Du würfelst mit beiden Würfeln und sagst deinen Wurf an. Dein Wurf muss höher sein als der deines Vorgängers. Wenn er das leider nicht ist, musst du eben überzeugend lügen. Vorsicht: Natürlich darf dabei keiner deinen Wurf sehen!

Glaubt dir dein Nachfolger, dass dein Wurf höher war (als der deines Vorgängers)?

Nein ... dann darf er deinen Wurf aufdecken. Hattest du gelogen, bekommst du einen Minuspunkt und du fängst neu an mit Würfeln. War dein Wurf tatsächlich höher, so bekommt dein Nachfolger den Minuspunkt und fängt selber neu an mit dem Würfeln.

Ja ... wenn er dir glaubt, würfelt er einfach weiter und muss nun selber höher würfeln als du...

Als höchster Wurf zählt (2,1). Er heißt “Mäxchen”. Dann folgen gleiche Augenzahlen d.h. (6,6), (5,5), ... Dann schließen sich die übrigen Würfe an, die du immer sortieren darfst, das soll heißen: du würfelst z.B. (6,1), dann ist deine Zahl 61; du würfelst (1,6), dann ist deine Zahl ebenso 61.

1. Bildet kleine Gruppen (2 - 5 Personen) und probiert “Mäxchen” aus.

2. Überlege!

- Wie viele “normale (=weder Mäxchen noch gleiche Augenzahlen)” Würfe gibt es? Wie bist du zu deinem Ergebnis gekommen? Hast du sicher alle “normalen” Möglichkeiten berücksichtigt?
- Wie viele Würfe sind insgesamt möglich (=Anzahl aller insgesamt möglichen Würfe)?

Die Frage: “Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (beim Mäxchenspiel)... zu würfeln?” beantworten Mathematiker mit der Formel:

$$\text{Wahrscheinlichkeit für ...} = \frac{\text{Anzahl der günstigen Würfe}}{\text{Anzahl aller insgesamt möglichen Würfe}}$$

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit ein Mäxchen zu würfeln?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit irgendeinen der “normalen” Würfe zu haben?

3. Nachdenken und entscheiden!

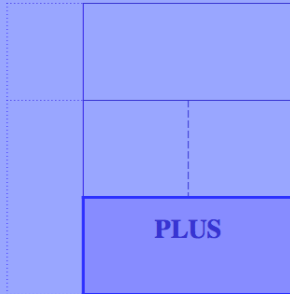
- Dein Vorgänger würfelt eine 61. Wie wahrscheinlich (vgl. die Formel oben) ist es, dass dir ein höherer Wurf gelingt? Ist es - mathematisch betrachtet - sinnvoller die 61 des Vorgängers aufzudecken oder ist es leichter einen höheren Wurf zu machen?
- Welchen Wurf muss dein Vorgänger haben, damit es - mathematisch betrachtet - (fast) gleich sinnvoll ist aufzudecken oder einen höheren Wurf zu versuchen?
- “Aufdecken oder einen höheren Wurf versuchen - was ist sinnvoller?” Das hängt natürlich von dem Wurf des Vorgängers ab. Aber nicht nur - das hast du sicher selber beim Spielen gemerkt. Welche Gesichtspunkte sind bei dieser Frage “Aufdecken oder Überbieten” von Bedeutung? Lege eine Übersicht an. Welcher Gesichtspunkt erscheint dir am wichtigsten für den Spielerfolg? Erläutere deine Entscheidung.

4. Überlege erfinderisch!

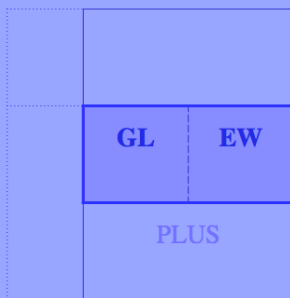
- Wie könnte eine Mäxchenvariante mit drei Würfeln aussehen? Spielregeln? Gibt es Besonderes zu beachten? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit ein Mäxchen zu würfeln?
- Verallgemeinere! Beantworte die gleichen Fragen für 4, 5, ... n Würfel.



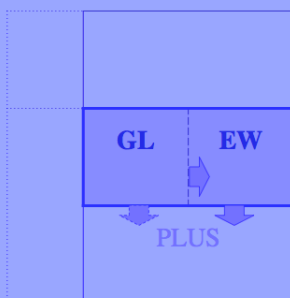
www.calculemus.at



www.calculemus.at



www.calculemus.at



Ersteinschätzung der (PLUS-) Aufgabe:

Intelligenzen (n. Gardner): <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> sprachlich <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> musikalisch <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> logisch-mathematisch <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> räumlich <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> körperlich-kinästhetisch <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> intrapersonal <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> interpersonal <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> naturalistisch <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> existenziell	Intelligenz (n. Sternberg): <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> analytisch <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> praktisch <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> kreativ, ganzheitlich	Lernstil (n. Gregorc): <input type="checkbox"/> abstrakt <input type="checkbox"/> konkret <input type="checkbox"/> systematisch <input type="checkbox"/> assoziativ (Huser S. 39 f) Denkstil (n. Sternberg): <input type="checkbox"/> legislativ <input type="checkbox"/> exekutiv <input type="checkbox"/> judikativ (SEM S. 68)	Handlungsstil: <input type="checkbox"/> rechnen, lösen <input type="checkbox"/> schreiben <input type="checkbox"/> Reden, diskutieren <input type="checkbox"/> handeln, tun <input type="checkbox"/> zeichnen, gestalten <input type="checkbox"/> werken, basteln <input type="checkbox"/> Sport? Musik? <input type="checkbox"/> Kunststück vollbringen <input type="checkbox"/> dramatisieren <input type="checkbox"/> geschäften, handeln <input type="checkbox"/> verhandeln, organisieren <input type="checkbox"/> dienstleisten, dienen <input type="checkbox"/> Spiel (-erisch) <input type="checkbox"/> Computer	Entstehungsmoment: Mathem. Fachbereich: Fachübergreifend zur...:
Altersstufe: <input type="checkbox"/> Kg <input type="checkbox"/> Ust <input type="checkbox"/> Mst <input type="checkbox"/> Ost	Materialien:			

© 2009 Frank Rothe; „Mathe für ALLE und JEDEN...“, www.calculumus.at

Formular „Ersteinschätzung“ zur Entwicklung von PLUS-Aufgaben

Differenzierung der Aufgaben nach „Grundlegend und Erweiternd“¹

Grundlegend (wesentlich und elementar)	Erweiternd (fachlich komplexer)
wesentliche Inhalte und Fähigkeiten/Kompetenzen bezogen auf ein elementares Lernpotenzial	setzt (ganz allg.) auf einem höheren fachlichen Niveau ein und nimmt Rücksicht auf ein höheres Lernpotenzial
Konkret: <ul style="list-style-type: none"> • wesentliche Aufgaben und Fähigkeiten • mit einfachen Zahlen • wiederholende Übungen • kleine Lernschritte • ... 	Konkret: <ul style="list-style-type: none"> • vielfältigere Aufgaben • rechnerisch schwieriger (z.B. größeren Zahlen, Brüchen, ...) • Einbinden von Vorwissen • Verknüpfen mehrere Lernschritte • Verknüpfen verschiedenartiger Fähigkeiten • ggf. anspruchsvolle fachbezogene Lernaspekte²
	greift ggf. die Fragen aus dem gemeinschaftlichen LP auf, kann fachlich umfangreicher sein
Reihenfolge: steigende Struktur der Aufgaben und Fähigkeiten	Reihenfolge: steigende Struktur der Aufgaben und Fähigkeiten
<i>Jeweils steigend und aneinander anschließend!</i>	
Darstellungsweise der Aufgabenstellung beachten! (sprachlich knapp, ikonisch,...)	

¹ Vgl. Rothe, F.: „Algebra II“, Ausg. C, Ergänzungsband oder Rothe, F.: „Lernen individualisieren – Begabungen fördern“

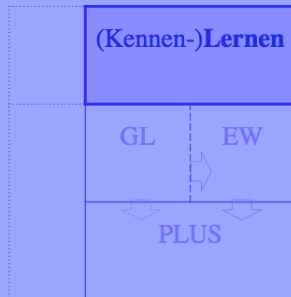
² Fachlich anspruchsvollere Lernaspekte sind z.B.:

- „Erläutere deinen Lösungsweg. Wie bist du vorgegangen? => dialogisches Lernen
- In einer Situation die darin liegende math. Fragestellung erkennen => Modellieren
- Fragen finden, stellen, bemerken...
- Umgang mit neuen (unbek.) Problemen, Fragestellungen => Kreativität, Ausblicke

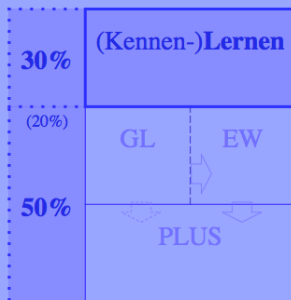
Differenzierung nach Grundlegend & Erweiternd, ausgearbeitet für den Gegenstand Mathematik



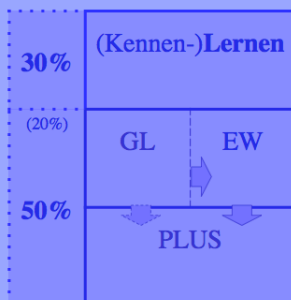
www.calculemus.at



www.calculemus.at



www.calculemus.at

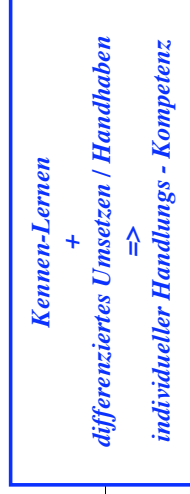
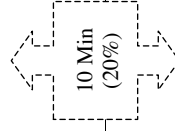



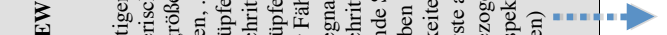
**Zwei
PLUS
Modell**

Achtung! Fortlaufende Tabelle: Zwecks Übersicht am besten ausdrucken!

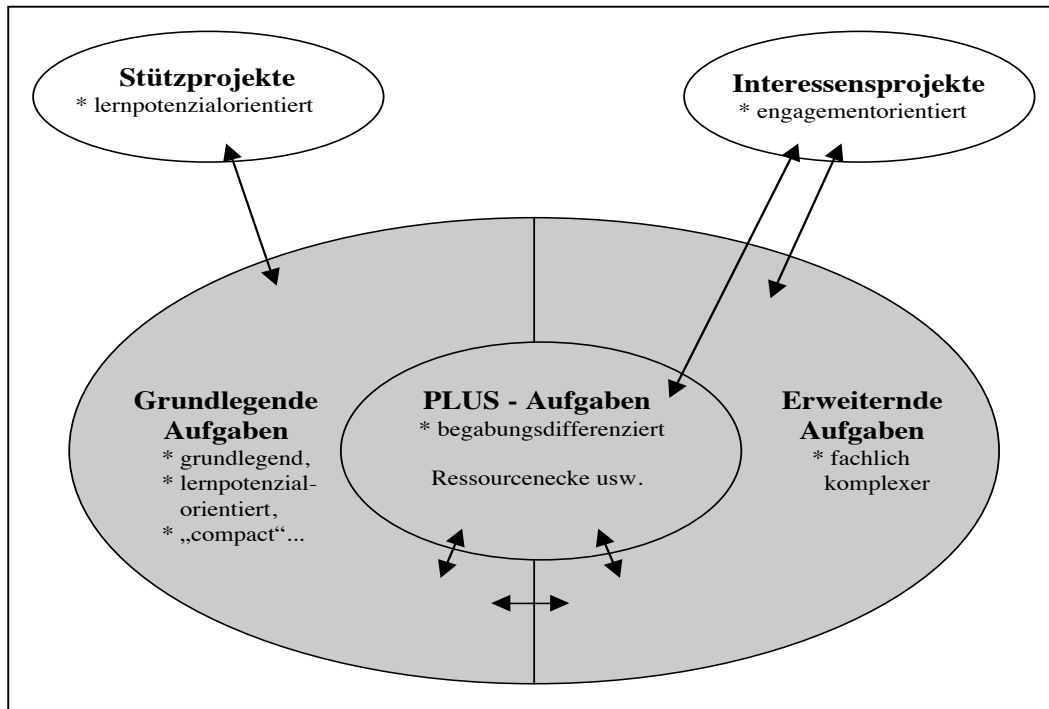
Algebra I - ZweiPLUS KONZEPT - ÜBERSICHT

Zeitplanung (für jede Stunde) in Minuten je UE (%)	Lernspuren der Schüler			Organisation und Selbstorganisation des Lernens		Didaktische Grundsätze	Kompetenzen in den einzelnen Unterrichtsabschnitten	Kompetenz-niveau (in Anlehnung an GER)
	Lernspur 1	Lernspur 2	Lernspur 3	Selbstständigkeit und Sozialform	LehrIn Aktivität / SchülerIn Aktivität			
15 Min. (30%)				<ul style="list-style-type: none"> gemeinsam Lernen in der Klasse / Gruppe 	Einführen (Kennen-)Lernen	<ul style="list-style-type: none"> Lernen in Phasen (minimale Realisierung vgl. konkret-anschauliche und intuitive Ansätze mit exemplarischer Exaktifizierung (z.B. „Distributivgesetz“ im Lehrband) Lernen unter vielfältigen Aspekten (minimale Realisierung: operativer Aspekt der Algebra – Algebra als Beschreibung von Rechenprozessen – Erkennen von (Zahlen-) Mustern – Algebra zur Beschreibung von Ergebnisgleichheit unterschiedlicher Rechenprozesse) 	<ul style="list-style-type: none"> formal-operatives Arbeiten darstellend - interpretierendes Arbeiten experimentell –heuristisches Arbeiten kritisch – argumentatives Arbeiten ... bzgl. <ul style="list-style-type: none"> A. beim Erarbeitens neuer Lernschritte B. beim Vertiefens bekannter Probleme 	



<p>2. Grundabschnitt – individueller Lernprozess</p>	<p>mind. 25 Min. (50%)</p>	<p>Grundlegend (GL)</p> <p>Merkmale:</p> <ul style="list-style-type: none"> wesentliche Aufgaben und Fähigkeiten mit einfachen Zahlen wiederholende Übungen kleine Lernschritte steigende Struktur der Aufgaben und Fähigkeiten die letzten Aufgaben von GL schließen an das Niveau von Erweiternd an 	<p>GL</p>	<p>Erweiternd (EW)</p> <p>Merkmale:</p> <ul style="list-style-type: none"> vielfältigere Aufgaben rechnerisch schwieriger (z.B. größeren Zahlen, Brüchen, ...) Verknüpfen mehrere Lernschritte Verknüpfen verschiedenartiger Fähigkeiten Vorwegnahme von neuen Lernschritten steigende Struktur der Aufgaben und Fähigkeiten ggf. erste anspruchsvolle fachbezogene Lernaspekte (vgl. PLUS - Folgen) 	 <ul style="list-style-type: none"> Einzelarbeit (von konkreten Hilfestellungen ausgehend und organisiert nach steigender fachlicher Selbstständigkeit) permanente Schülerkommunikation nach dem Ich-Du-Wir-Kommunikationsmodell 	<p>Hinweisen & Beraten</p>	<p>Üben & Anwenden</p>	<ul style="list-style-type: none"> Instruktionale Unterstützung (maximale Realisation vgl. GL / EW / PLUS / Stütz- u. Interessenprojekte) Soziales Umfeld (minimale Realisation vgl. 1. und 2. Grundabschnitt sowie Ich-Du-Wir-Prinzip) Anwendungsorientierter Kontext (minimale Realisation vgl. Telefonkosten) Lernen unter vielfältigen Aspekten (s. o.) 	<ul style="list-style-type: none"> formal-operatives Arbeiten (elementar, wiederholend) 	<p>A1, A2</p>
		<p>EW</p>		<p>Erweiternd (EW)</p> <p>Merkmale:</p> <ul style="list-style-type: none"> vielfältigere Aufgaben rechnerisch schwieriger (z.B. größeren Zahlen, Brüchen, ...) Verknüpfen mehrere Lernschritte Verknüpfen verschiedenartiger Fähigkeiten Vorwegnahme von neuen Lernschritten steigende Struktur der Aufgaben und Fähigkeiten ggf. erste anspruchsvolle fachbezogene Lernaspekte (vgl. PLUS - Folgen) 		<p>Hinweisen & Beraten</p>	<p>Üben & Anwenden</p>	<ul style="list-style-type: none"> Instruktionale Unterstützung (maximale Realisation vgl. GL / EW / PLUS / Stütz- u. Interessenprojekte) Soziales Umfeld (minimale Realisation vgl. 1. und 2. Grundabschnitt sowie Ich-Du-Wir-Prinzip) Anwendungsorientierter Kontext (minimale Realisation vgl. Telefonkosten) Lernen unter vielfältigen Aspekten (s. o.) 	<ul style="list-style-type: none"> formal-operatives Arbeiten (variierend, vertiefend) z. T. experimentell – heuristisches Arbeiten 	<p>A2, B1, z.T. B2</p>

<p>individuell</p>	<p>Stütz- / Interessensprojekte</p> <p>PF</p> <p>PLUS – Folgen Merkmale: <i>Algebra- & Formelverständnis im Zusammenhang mit Folgen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Muster erkennen/fortsetzen – formulieren – mathematisch korrekt notieren • Zahlen-, Bilder- u. 3 D – Folgen <p><i>Anspruchsvolle Lernaspekte</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • „Finde den Fehler“ – math. Zusammenhänge reflektieren und kreativ anwenden • „Überlege und erfinde...“ – ähnliche und neue-eigene-interessante Beispiele erfinden • „Begründe&Erläutere deine Lösung“ • „Knobeln – Rätseln...“ Unbekannte Probleme experimentell – kreativ – heuristisch lösen • Darstellen und interpretieren von Daten (=> Wertetabellen) Folgen im Alltag (Modellieren) 	<p>... / ...</p>	<p>Beraten & Zuhören</p>	<p>Anwenden & Erkunden</p>	<ul style="list-style-type: none"> • formal-operatives Arbeiten • darstellend - interpretierendes Arbeiten • experimentell –heuristisches Arbeiten • kritisch – argumentatives Arbeiten 	<p>B1, B2, C1</p>	<p>A1-A2 / C1-C2</p>
--------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------	------------------------------	--------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------	----------------------



Weitere Möglichkeit zur Individualisieren sind Stütz- und Interessensprojekte!

Literatur & Materialien:

- Rothe, F.: Algebra II (TwoPLUS for Math Teaching), Salzburg, Eigenverlag; SBA Anhang HS 0300 und AHS 1000 Buch-Nr. 135.717
- Rothe, F.: Algebra II (ZweiPLUS für den Mathematikunterricht), Salzburg, Eigenverlag; SBA Anhang HS 0300 und AHS 1000 Buch-Nr. 130.596
- Rothe, F.: Doppelschluss, Prozent & Zinsen (ZweiPLUS für den Mathematikunterricht), Salzburg, Eigenverlag; SBA Anhang HS 0300 und AHS 1000 Buch-Nr. 146.030 ab Sj 10/11
- Rothe, F.: Algebra I (ZweiPLUS für den Mathematikunterricht), Salzburg, Eigenverlag; für die SBA in Vorbereitung
- Betts, G. & Kercher J. (2008): Selbstbestimmt Lernen - SBL. Münster: LIT Verlag
- Huser, J. (2001): Lichtblicke für helle Köpfe. Zürich: Lehrmittelverlag des Kantons Zürich (Bezug über www.lehrmittelverlag.com)
- Jost, D. (1999): Lernlandschaften für das Erleben und Entdecken von Mathematik. Luzern: Lehrmittelverlag des Kantons Luzern
- Renzulli, J. S., Reis, S. M./ Stednitz, U. (2001): Das schulische Enrichment Modell: SEM Begabtenförderung ohne Elitebildung. Aarau: Bildung Sauerländer
- Rothe, F. (2004): Lernen individualisieren – Begabungen fördern. Salzburg: Selbstverlag (Bezug über www.caluclemus.at)
- Sternberg, R.J. (2002): Countdown zum Erfolg. Was man braucht, um seine Ziele wirklich zu erreichen. München: Droemersch Verlagsgesellschaft Th. Knaur Nachf.
- Ziegler, A. und Stöger, H. (2005): Trainingshandbuch selbstreguliertes Lernen I. Lengerich: Pabst Science Publishers